

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

Математическая экономика

Электронные методические указания

к лабораторным работам

САМАРА
2013

УДК СГАУ:33
ББК 65.050

Составители: Гераськин Михаил Иванович,
Кузнецова Ольга Александровна,
Воскобулова Вера Анатольевна

Рецензент: Гришанов Г. М., д.т.н., профессор кафедры
менеджмента.

Математическая экономика [Электронный ресурс] : электрон. метод. указания к лаб. работам / М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т); сост. М.И. Гераськин, О. А. Кузнецова, В. А. Воскобулова-Электрон. текстовые и граф. дан. (714 Кбайт). - Самара, 2013. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

В пособии приведены методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Математическая экономика». В пособие даны варианты лабораторных работ по темам: производственная функция, оптимизация производственных издержек, оптимизация коммерческой деятельности, функция полезности потребителя и задача потребительского выбора.

Методические указания предназначены для подготовки специалистов направления 080116.65 «Математические методы в экономике» факультета экономики и управления, изучающих дисциплину «Математическая экономика» в 5 и 6 семестрах.

Разработано на кафедре математических методов в экономике.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.	
ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ.....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.	
ИЗОЛИНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ.....	9
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. ФУНКЦИЯ ИЗДЕРЖЕК В ДОЛГОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ.....	12
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. СРЕДНИЕ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ИЗДЕРЖКИ В ДОЛГОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ.....	15
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. ФУНКЦИЯ ИЗДЕРЖЕК В КРАКОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ.....	17
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. СРЕДНИЕ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ИЗДЕРЖКИ В КРАТКОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ.....	19
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ СОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ.....	21
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ МОНОПОЛИИ.....	25
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 9. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ ДУПОЛИИ.....	29
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 10.	
АНАЛИЗ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ.....	34
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 11. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО ВЫБОРА.....	39
РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК....	41

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.
ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ: ПОСТРОЕНИЕ
И АНАЛИЗ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ
ХАРАКТЕРИСТИК

Цель работы: изучение методов построения производственных функций и анализа их экономико-математических характеристик.

Исходные данные к работе: 1) автотранспортная фирма за последние 5 лет характеризовалась следующими показателями хозяйственной деятельности:

Год выпуска	Объем перевозок, тонн x км	Количество автомобилей, единиц	Численность работников, чел.
1	1200/№	3	9
2	1700/№	5	10
3	2800/№	8	18
4	3500/№	10	22
5	4800/№	14	30

Определить объем перевозок в 6-й год, если запланировано довести количество автомобилей до 20 ед., численность работников до 35 чел;

2) железобетонный завод за последние 5 лет характеризовался следующими показателями хозяйственной деятельности:

Год выпуска	Объем бетона, тонн	Количество бетонных установок, единиц	Численность работников, чел.
1	500/№	1	3
2	900/№	2	10
3	1200/№	3	14
4	1400/№	4	20
5	1500/№	5	25

Определить объём производства бетона в 6-й год, если запланировано довести количество установок до 8 ед., численность работников до 35 чел.

В таблицах символом «№» обозначен номер варианта работы, соответствующий номеру студента в списке группы.

Задание: построить графики кривых выпуска, на основе которых выбрать вид производственной функции
линейная

$$Q = a_1 * X_1 + a_2 * X_2$$

или функция Кобба-Дугласа

$$Q = A X_1^\alpha X_2^\beta$$

определить коэффициенты функций методом наименьших квадратов, рассчитать и проанализировать основные экономико-математические параметры функций.

Порядок выполнения работы:

- 1) построить графики кривых выпуска по данным о затратах ресурсов и объемах продуктов, приведенных в таблицах задания;
- 2) провести анализ графиков и выбрать вид производственной функции;

Таблица 1. Коэффициенты производственных функций

a1	a2	A	α	β
1	1	1	1	1

Таблица 2. Расчет суммы квадратов отклонений производственных функций от фактических значений

год	Q	x1	x2	Q=Q(x)	(Q-Q(x)) ²
1					
2					
и т.д.					
					$\Sigma (Q-Q(x))^2$

3) определить коэффициенты производственных функций, для чего в табличном процессоре Excel сформировать следующие таблицы; в табл. 1 первоначальные значения коэффициентов (начальные приближения) задаются произвольно, например, равными 1; в табл. 2 столбцы Q, x1, x2, заполняются на основе данных задания, а столбец Q=Q(x) рассчитывается по формуле соответствующей производственной функции; с помощью встроенной функции «Поиск решения» процессора Excel (в пункте меню «Сервис») минимизировать значение ячейки $\Sigma (Q-Q(x))^2$, варьируя ячейки коэффициентов a1, a2, A, α , β ;

4) подставить найденные значения коэффициентов в выражения производственных функций;

5) построить графики производственных функций (аналогично рис. 1), задавая произвольные значения затрат ресурсов, сравнить графики с построенными ранее кривыми выпуска

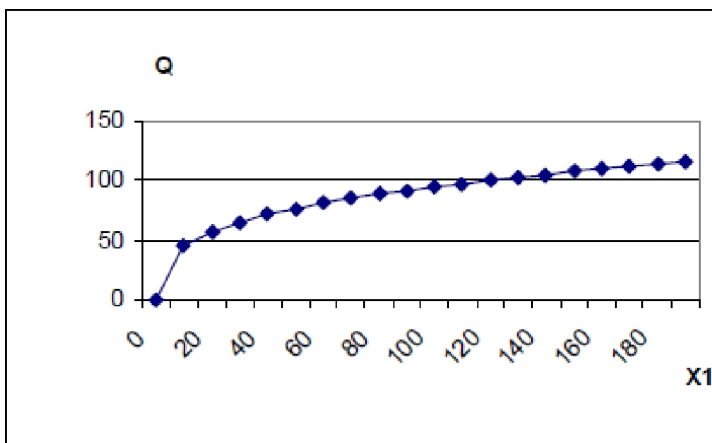


Рис. 1 – Кривая производственной функции

6) рассчитать планируемый объем выпуска продукта в 6-м году, используя планы затрат ресурсов, указанные в задании;

7) для функции Кобба-Дугласа в виде таблицы, аналогичной табл. 2 определить следующие экономико-математические параметры:

- среднюю производительность ресурсов AQ_{x1}

$$AQ_{x1} = \frac{Q}{X_1} = AX_1^{\alpha-1} X_2^{\beta};$$

- предельную производительность ресурсов MQ_{x1}

$$MQ_{x1} = \frac{\partial Q}{\partial X_1} = \alpha AX_1^{\alpha-1} X_2^{\beta};$$

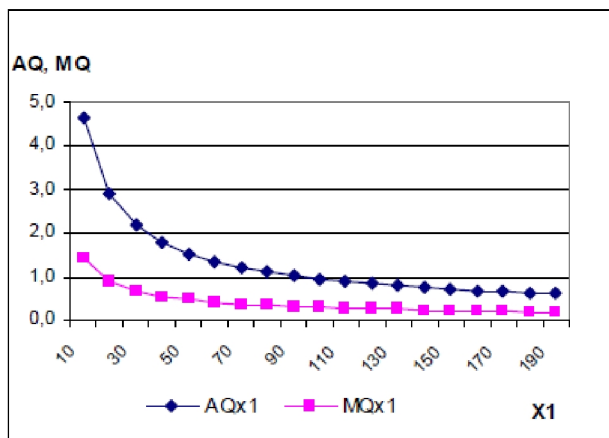


Рис. 2 – Кривые средних и предельных продуктов

8) построить графики средней и предельной производительности производственных функций (аналогично рис.)

2), задавая произвольные значения затрат ресурсов, провести анализ графиков;

9) сделать выводы по проделанной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. ИЗОЛИНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Цель работы: освоение навыков построения и анализа основных кривых, для которых параметры производственных функций имеют постоянные значения.

Исходные данные к работе: производственные функции, полученные в результате выполнения лабораторной работы 1.

Задание: построить графики семейства изоквант для функции Кобба-Дугласа, определить выражение предельной нормы замены, записать уравнение изоклины и построить ее график; провести анализ графиков.

Порядок выполнения работы:

1) построить графики изоквант $X_2(X_1)$ аналогично рис. 3 для функции Кобба-Дугласа при трех различных объемах производства Q_1, Q_2, Q_3 , соответствующих первому, второму и третьему годам работы предприятия по данным, приведенным в таблицах задания к лабораторной работе 1; расчет графиков проводить по формуле

$$X_2 = \sqrt[\beta]{\frac{Q}{A}} \frac{1}{X_1^{\alpha/\beta}}$$

в табличном виде (аналогично табл. 2), используя коэффициенты эластичности, рассчитанные в лабораторной работе 1;

2) провести анализ изоквант, сравнив их характер и положение, объяснить причины изменения особенностей этих графиков;

3) записать формулу предельной нормы технологического замещения ресурсов

$$MRS_{x_1, x_2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{\alpha X_2}{\beta X_1},$$

при указанных значениях коэффициентов эластичности;

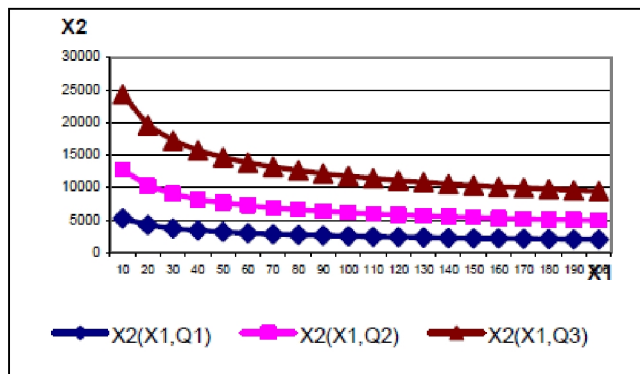


Рис. 3 – Карта изоквант

4) построить три изоклины (аналогично рис. 4), рассчитав три различные значения нормы предельной нормы технологического замещения ресурсов, основываясь на данных о затратах ресурсов, соответствующих первому, второму и третьему годам работы предприятия, приведенным в таблицах задания к лабораторной работе 1; расчет графиков проводить по формулам

$$X_2(X_1, MRS_{x1,x2}^c) = \frac{\beta}{\alpha} X_1 * MRS_{x1,x2}^c$$

$$MRS_{x1,x2}^c = \frac{\beta}{\alpha} \frac{X_2(t)}{X_1(t)},$$

где $t=1,2,3$ – годы работы предприятия;

5) провести анализ изоклин, сравнив эффективность замены в различные годы работы предприятия, объяснить причины изменения эффекта замены.

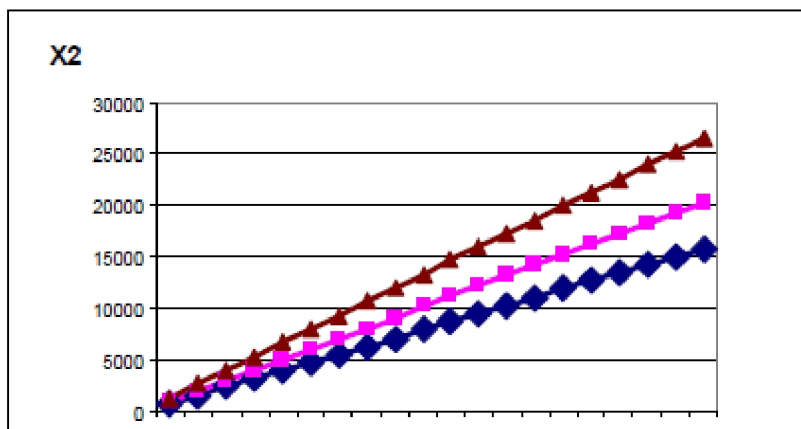


Рис. 4 – Карта изоклин

6) Сделать выводы по проделанной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. ФУНКЦИЯ ИЗДЕРЖЕК В ДОЛГОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ

Цель работы: освоение навыков построения и анализа кривых издержек в долгосрочном периоде.

Исходные данные к работе: меховая фирма для изготовления шапок использует меховые шкурки по цене $800/(1+0,01N_2)$ руб. за шкурку и обратную кожу по цене $600/(1+0,01N_2)$ руб. за шкурку. Коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам равны $0,5/(1+0,01N_2)$ и $0,7/(1+0,01N_2)$ соответственно, $A=1$.

Задание: Определить функции спроса на ресурсы и функцию издержек, если потребление ресурсов не ограничено и

технология описывается ПФ Кобба-Дугласа. Построить графики функций спроса на ресурсы и функции издержек.

Порядок выполнения работы:

1. Записать условие задачи 2.1.1., где цена наполнителя для духов – p_1 , цена ароматизатора – p_2 , коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам – α, β соответственно.

2. Написать в текстовом варианте ПФ Кобба-Дугласа

$$Q = AX_1^{\alpha} X_2^{\beta}.$$

3. Записать общий вид функций спроса на ресурсы и функции издержек для долгосрочного периода

$$X_1(Q), X_2(Q), CL(Q).$$

4. Подставив данные задачи в функции, получите функции для данной задачи, необходимо записать их в текстовом варианте. При $\alpha + \beta = 1$ будет получена функция линейного вида.

5. Для того, чтобы построить графики необходимо сделать таблицу, определяя значения $X_1(Q)$, $X_2(Q)$, $CL(Q)$. Переменной величиной является Q . Размерность Q определяется методом подбора. Чтобы определить переменные необходимо в таблицу подставить функции из п. 4.

6. По полученным данным строим графики.

Q	x1(Q)	x2(Q)	C(Q)
0	0,00	0,00	0,00
1	1,18	0,85	118,32
2	2,37	1,69	236,64
3	3,55	2,54	354,96
4	4,73	3,38	473,29
5	5,92	4,23	591,61
6	7,10	5,07	709,93
7	8,28	5,92	828,25
8	9,47	6,76	946,57
9	10,65	7,61	1064,89
10	11,83	8,45	1183,22
11	13,02	9,30	1301,54

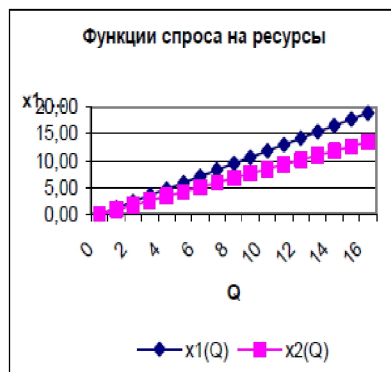


Рис. 5 – Функции спроса на ресурсы

7. Сделать выводы по проделанной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. СРЕДНИЕ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ИЗДЕРЖКИ В ДОЛГОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ

Цель работы: освоение навыков построения и анализа кривых средних и предельных издержек в долгосрочном периоде.

Исходные данные к работе: Меховая фирма для изготовления шапок использует меховые шкурки по цене $800/(1+0,01N_0)$ руб. за шкурку и обратную кожу по цене $600/(1+0,01N_0)$ руб. за шкурку. Коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам равны $0,5/(1+0,01N_0)$ и $0,7/(1+0,01N_0)$ соответственно, $A=1$.

Задание: Определить функции. Построить графики функций.

1. Записать функции предельных и средних издержек

$$AC_L(Q) = \frac{C_L(Q)}{Q} = DQ^{\frac{1}{r}-1},$$

$$MC_L(Q) = \frac{\partial C_L(Q)}{\partial Q} = \frac{1}{r} AC_L(Q).$$

2. Подставить значения издержек из ранее решённых задач.

3. Для построения графиков целесообразно построить вспомогательную таблицу, где для нахождения значений $AC_L(Q)$ найденные издержки $C_L(Q)$ разделить на значения Q .

Чтобы найти значения для построения графика $MC_L(Q)$ необходимо значения $AC_L(Q)$ умножить на коэффициент $1/r$, где $r = \alpha + \beta$

Q	$AC_L(Q)$	$MC_L(Q)$
0		
1	1050,45	1111,73
2	1050,45	1111,73
3	1050,45	1111,73
4	1050,45	1111,73
5	1050,45	1111,73
6	1050,45	1111,73
7	1050,45	1111,73
8	1050,45	1111,73
9	1050,45	1111,73

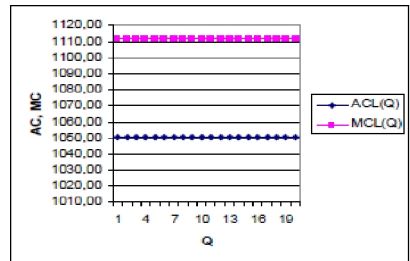


Рис. 6 – Средние и предельные издержки в долгосрочном периоде при $r=1$

4. Сделать выводы по проделанной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.

ФУНКЦИЯ ИЗДЕРЖЕК В КРАТКОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ

Цель работы: освоение навыков построения и анализа кривых издержек в краткосрочном периоде.

Исходные данные к работе: Меховая фирма для изготовления шапок использует меховые шкурки по цене $800/(1+0,01N_2)$ руб. за шкурку и обратную кожу по цене $600/(1+0,01N_2)$ руб. за шкурку. Расход обратной кожи по условиям договора с поставщиком ограничен объемом $1000/(1+0,01N_2)$ шкурок в месяц. Коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам равны $0,5/(1+0,01N_2)$ и $0,7/(1+0,01N_2)$ соответственно, $A=1$.

Задание: Определить функции спроса на ресурсы и функцию издержек, если потребление одного из ресурсов ограничено и технология описывается ПФ Кобба-Дугласа. Построить графики функций спроса на ресурсы и функции издержек.

1. Записать условие задачи 2.1.1., где цена наполнителя для духов – p_1 , цена ароматизатора – p_2 , коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам – α, β соответственно.

2. Написать в текстовом варианте ПФ Кобба-Дугласа

$$Q = AX_1^{\alpha} X_2^{\beta}.$$

3. Записать общий вид функций спроса на ресурсы и функции издержек для краткосрочного периода $X_1(Q)$, $X_2(Q)$, $C_s(Q)$.

$$x_1 = \alpha \frac{p_1}{p_0}$$

4. Подставив данные задачи в функции, получите функции для данной задачи, необходимо записать их в текстовом варианте. При $\alpha + \beta = 1$ будет получена функция линейного вида.

5. Для того, чтобы построить графики необходимо сделать таблицу, определяя значения $X_1(Q)$, $X_2(Q)$, $C_s(Q)$. Переменной величиной является Q . Размерность Q определяется методом подбора. Чтобы определить переменные необходимо в таблицу подставить функции из п. 4.

6. По полученным данным строим графики.

Q	x1(Q)	x2(Q)	C(Q)
0	0,00	0,00	0,00
1	1,18	0,85	118,32
2	2,37	1,69	236,64
3	3,55	2,54	354,96
4	4,73	3,38	473,29
5	5,92	4,23	591,61
6	7,10	5,07	709,93
7	8,28	5,92	828,25
8	9,47	6,76	946,57
9	10,65	7,61	1064,89
10	11,83	8,45	1183,22
11	13,02	9,30	1301,54
12	14,20	10,14	1419,86
13	15,38	10,99	1538,18
14	16,57	11,83	1656,50
15	17,75	12,68	1774,82
16	18,93	13,52	1893,15

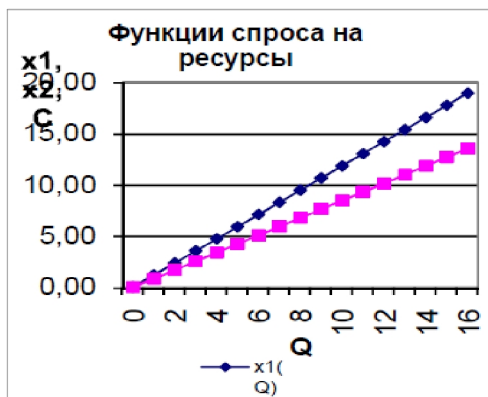


Рисунок 7 – Функции спроса на ресурсы.

7. Сделать выводы по проделанной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. СРЕДНИЕ ИЗДЕРЖКИ В КРАТКОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ

Цель работы: освоение навыков построения и анализа кривых средних издержек в краткосрочном периоде.

Исходные данные к работе: Меховая фирма для изготовления шапок использует меховые шкурки по цене $800/(1+0,01N_2)$ руб. за шкурку и обратную кожу по цене $600/(1+0,01N_2)$ руб. за шкурку. Расход обратной кожи по условиям договора с поставщиком ограничен объемом $1000/(1+0,01N_2)$ шкурок в месяц. Коэффициенты эластичности выпуска по ресурсам равны $0,5/(1+0,01N_2)$ и $0,7/(1+0,01N_2)$ соответственно, $A=1$.

Задание: Определить функции. Построить графики функций.

1. Записать функции средних издержек

$$AC_s(Q) = \frac{1}{Q} C_s(Q) = p_1 g Q^{\frac{1}{\alpha(Q)}-1} + \frac{p_2 b_2}{Q}.$$

2. Подставить значения издержек из ранее решённых задач.

Q	AC _s (Q)
0	
1000000	0,428
2000000	0,242
3000000	0,180
4000000	0,149
5000000	0,130
6000000	0,118
7000000	0,109
8000000	0,102
9000000	0,097

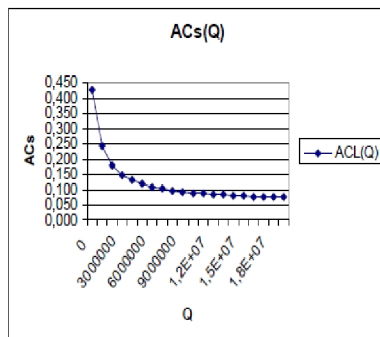


Рисунок 8 - средние издержки в краткосрочном периоде.

3. Сделать выводы по проделанной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ СОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ

Цель работы: построение функций спроса на ресурсы и определение границ выпуска продукции для конкурентной модели

рынка. Построение и анализ графиков функций дохода, издержек и прибыли.

Планирование по конкурентной модели в долгосрочном периоде

Исходные данные к работе: Фирма по производству линолеума использует пластмассу по цене $5+0,1Q$ руб. за кг и краситель по цене $8+0,1Q$ руб. за кг и продает товар по цене $100+0,1Q$ руб. за кв. м. Коэффициенты ПФ равны: $\alpha=0,5$, $\beta=0,5$, $A=1$. Определить функции спроса на ресурсы, оптимальный объем выпуска и максимальное значение прибыли в долгосрочном периоде.

Порядок выполнения работы:

1) определить функции спроса на ресурсы в долгосрочном периоде, подставив данные из условия задачи в нижеприведённые функции. Получится линейная зависимость x_1 и x_2 от Q .

$$x_1^* = \alpha Q \frac{p_0}{p_1},$$

$$x_2^* = \beta Q \frac{p_0}{p_2}.$$

2) определить оптимальный объем выпуска в долгосрочном периоде, подставив исходные данные в формулу

$$Q^* = A^{\frac{1}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_0 \alpha}{p_1} \right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} \right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}}.$$

В случае $r=1$ использование формулы бессмысленно, поэтому необходимо сравнить средние издержки AC_L с ценой продукции p_0 , которая является аналогом дохода от единицы продукции.

3) Найти максимальное значение прибыли подставив исходные данные в формулу (для $r=1$ просто сделать вывод о целесообразности производства на основании разницы дохода и затрат от единицы продукции)

$$\max \Pi = \max [p_0 Q(x) - p_1 x_1 - p_2 x_2].$$

4) Для графического решения задач необходимо построить графики функций спроса на ресурсы, а также графики функций дохода, издержек и прибыли.

Для построения графиков функций спроса на ресурсы необходимо воспользоваться функциями, определёнными в пункте 1).

Графики функций дохода, издержек и прибыли строятся с использованием функций:

$$\begin{aligned} R(Q) &= p_0 * Q, \\ C(Q) &= p_1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) \left[A \left(\frac{\beta p_1}{\alpha p_2} \right)^{\beta} \right]^{\frac{1}{\alpha + \beta}} Q^{\frac{1}{\alpha + \beta}}, \\ P(Q) &= R(Q) - C(Q). \end{aligned}$$

Графики строятся в графическом редакторе Excel с помощью вспомогательной таблицы. Переменной величиной является объём производства. Подбор числовых значений для переменных осуществляется после построения графика с таким расчётом, чтобы

была хорошо видна точка пересечения всех кривых, изображённых на графике и зоны прибыли и убытка.

Планирование по конкурентной модели в краткосрочном периоде

1. Определить функции спроса на ресурсы в краткосрочном периоде, подставив данные из условия задачи в нижеприведённые функции. Получится степенная зависимость x_1 от Q , x_2 от Q

$$x_1(Q) = \left(\frac{1}{Ab_2^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}} Q^{\frac{1}{\alpha}},$$
$$x_2 = b_2.$$

2. Определить оптимальный объем выпуска в краткосрочном периоде подставив данные из условия задачи

$$Q^* = A^{\frac{1}{1-\beta}} (b_1)^{\frac{\alpha}{1-\beta}} \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}.$$

3. Найти максимальное значение прибыли (для $\gamma=1$ просто сделать вывод о целесообразности производства на основании разницы дохода и затрат от единицы продукции)

$$\max \Pi = \max [p_0 Q(x) - p_1 x_1 - p_2 x_2].$$

4. Графическое решение задач подразумевает построение графиков функций спроса на ресурсы, а также функции дохода, издержек и прибыли.

Для построения графиков функций спроса на ресурсы необходимо воспользоваться функциями, определёнными ранее.

Графики функций дохода, издержек и прибыли строятся с использованием функций.

Графики строятся в графическом редакторе Excel с помощью вспомогательной таблицы.

Решением задачи будет являться точка пересечения всех трёх кривых.

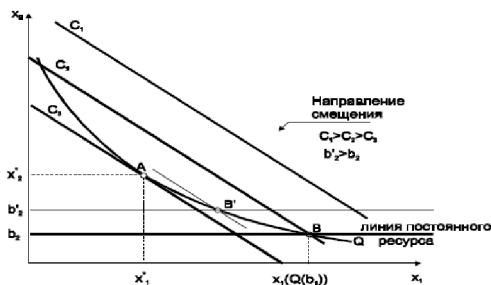


Рисунок 9 – Графическое решение производственной задачи в краткосрочном периоде.

5. Сделать выводы по проделанной работе. Сравнить результаты в долгосрочном и краткосрочном периодах.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ МОНОПОЛИИ

Цель работы: определение оптимального выпуска продукции на монопольном рынке при разных эффектах расширения масштаба производства. Построение и анализ графиков функций дохода, издержек и прибыли.

Исходные данные к работе: Фирма–монополист сотовой связи оплачивает эфир (1-й ресурс) по цене $300 + N_0$ руб. в час и труд операторов – 2-й ресурс (фонд оплаты труда одного сотрудника $0,06 + 0,01N_0$ руб.). Цена определяется выражением: $p_0 = 1000 - 0,1Q$ (руб. за час связи). Определить оптимальный объем выпуска в случае $A=1$ и а) при убывающей отдаче от расширения масштаба $\alpha=0,1$; $\beta=0,4$; б) при отсутствии эффекта расширения масштаба $\alpha=0,4$; $\beta=0,6$. Найти оптимальный с точки зрения прибыли объем выпуска. Определить спрос на ресурсы и найти максимальную прибыль. Построить графики дохода, издержек, прибыли.

Порядок выполнения работы:

1) При убывающей отдаче от расширения масштаба в условиях монополии используется формула

$$Q^* = \frac{p_0}{2D - 2p}$$

$$D = p_1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) \cdot \left[A \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{p_1}{p_2}\right)^\beta\right]^{-\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

При отсутствии эффекта от расширения масштаба в условиях монополии используется формула

$$Q^* = \frac{D - p_0}{2p_0}.$$

2) функции спроса на ресурсы включают цену закрытия рынка $\overline{p_0}$ и темп снижения цены $\overline{p_0}$. Данные берутся из функции цены, соотносим функцию цены в общем виде и $p, Q \square p, pQ 0 0$ и

функцию цены из условия задачи $p_0=1000-0,1Q$. Т.о. $p_0 = 1000$ и $\overline{p_0} = -1$

$$X_1(Q) = \frac{\alpha(p_0 + 2\overline{p_0}Q)Q}{p_1}$$

$$X_2(Q) = \frac{\beta(p_0 + 2\overline{p_0}Q)Q}{p_2}$$

3) Графики функций дохода, издержек и прибыли строятся с использованием функций:

Кривая дохода является параболой вследствие обратной зависимости цены продукции от объёма выпуска

$$R = p_0(Q) Q .$$

Кривая издержек строится по функции издержек в долгосрочном периоде, поэтому при $\gamma=1$ наблюдается линейная зависимость и незначительный рост издержек, а при $\gamma=0,5$ кривая издержек резко возрастает, что и обуславливает внешне несхожие графики

$$C_L(Q) = D \cdot Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} ,$$

$$\Pi(Q) = R(Q) - C(Q) .$$

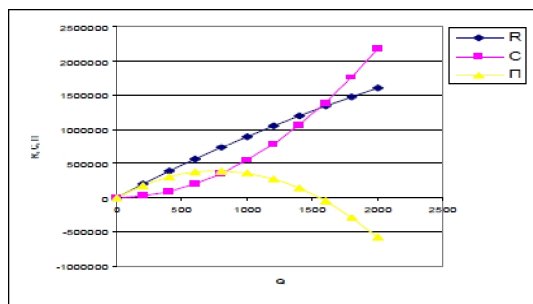


Рис. 10 – Кривые дохода, издержек и прибыли при отрицательном эффекте расширения масштаба производства

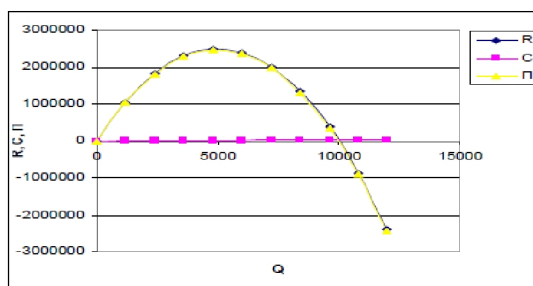


Рис. 11 – Кривые дохода, издержек и прибыли при отсутствии эффекта расширения масштаба производства

Сделать выводы:

- 1) Отразить необходимость правильного выбора формулы для расчёта оптимального объёма выпуска монополиста и
- 2) Объяснить форму кривой дохода монополиста.
- 3) Пояснить форму кривых издержек при разных эффектах расширения масштаба производства.
- 4) сравнить результаты расчётов для разных эффектов расширения масштаба производства.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 9.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ ДУПОЛИИ

Цель работы: определение результатов реализации различных стратегий двумя фирмами на рынке олигополии. Определение объемов производства и прибыли каждой фирмы, совокупной прибыли на рынке. Сравнение результатов и выбор наиболее эффективного варианта взаимодействия олигополистов.

Исходные данные к работе:

1. Две фирмы сотовой связи работают в условиях дуполии Курно; функции издержек (за год) описываются выражением $C_i = cQ_i + d$, $i=1,2$, $c=2+0,1\text{ руб.}$ (за минуту), $d=2000+10\text{ руб.}$; функции спроса имеют вид $p_0 = a - b(Q_1 + Q_2)$, $a=100\text{ руб.}$ (за минуту), $b=0,05\text{ руб. с минуты}$. Построить кривые реакции фирм, определить равновесный объем выпуска и сумму прибыли каждой фирмы при этом объеме.

2. Решить задачу, если первая фирма считает, что конкурент реагирует в соответствии с гипотезой Курно.

3. Решить задачу, если обе фирмы ошибочно предполагают, что конкурент реагирует в соответствии с гипотезой Курно.

4. Решить задачу в условиях кооперативной дуполии.

Порядок выполнения работы:

1) Построить кривые реакции фирм по формулам:

Модель Курно

$$Q_1 = \frac{a - c - bQ_2}{2b} \quad \text{ - кривая реакции первой фирмы,}$$

$$Q_2 = \frac{a - c - bQ_1}{2b} \quad \text{- кривая реакции второй фирмы.}$$

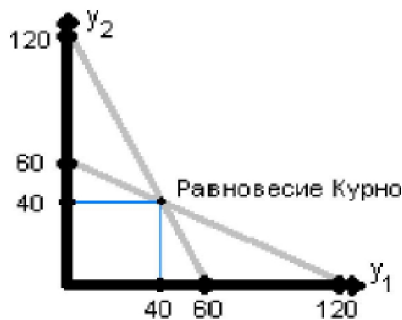


Рисунок 12 – Равновесие Курно.

Модель равновесия Стэкельберга.

Первая фирма предполагает, что вторая фирма будет реагировать соответственно кривой реакции Курно

$$Q_2 = \frac{a - c - bQ_1}{2b}.$$

Исходя из этого кривая реакции первой фирмы определяется по формуле:

$$Q_1 = \frac{a - c - bQ_2}{\frac{3}{2}b}.$$

Модель неравновесия Стэкельберга

$$Q_1 = \frac{a - c - bQ_2}{\frac{3}{2}b},$$

$$Q_2 = \frac{a - c - bQ_1}{\frac{3}{2}b}.$$

Кооперативная дуополия

$$Q_1 + Q_2 = \frac{a - c}{2b}.$$

2. Определить объёмы реализации фирм

Модель Курно

$$Q_1 = Q_2 = \frac{a - c}{3b}$$

Модель равновесия Стэкельберга

$$Q_1 = \frac{a - c}{2b}$$

$$Q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

Модель неравновесия Стэкельберга

$$Q_1 = Q_2 = \frac{a - c}{\frac{5}{2}b}$$

Кооперативная дуополия

$$Q_1 = Q_2 = \frac{a - c}{4b}.$$

Графически такое равновесие определяется кривыми реакции.

3. Найти прибыль каждой фирмы.

В условиях равновесия Курно суммы прибыли каждой из фирм равны:

$$\Pi_1^K = \Pi_2^K = \frac{(a-c)^2}{9b} - d.$$

При равновесии Стэкельберга первая фирма получит прибыль

$$\Pi_1^C = \frac{(a-c)^2}{8b} - d,$$

а вторая фирма:

$$\Pi_2^C = \frac{(a-c)^2}{8b} - d - \frac{(a-c)^2}{16b}.$$

Поэтому сумма прибыли дуополистов равна $\Pi_1^C + \Pi_2^C$.

В условиях неравновесия Стэкельберга суммы прибыли обеих фирм одинаковы

$$\Pi_1^{CH} = \Pi_2^{CH} = \frac{2(a-c)^2}{25b} - d.$$

При кооперативной дуополии совокупная прибыль составит

$$\Pi^Z = \frac{(a-c)^2}{4b} - d.$$

3. Сделать вывод об эффективности различных ситуаций на рынке дуополии.
- 4.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 10. АНАЛИЗ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ

Задача 1.

1. Записать условие задачи.
2. Записать общий вид логарифмической функции полезности

$$U = a_1 \ln(x_1 - x_{10}) + a_2 \ln(x_2 - x_{20})$$

3. Подставить данные задачи в функцию полезности – определить полезность в первом случае.
4. Подставить изменённые данные задачи (при новом значении x_2) в функцию полезности – определить полезность во втором случае.
5. Найти разницу между полезностями $U_2 - U_1 =$.

Задача 2.

1. Записать условие задачи.
2. Записать общий вид степенной функции полезности

$$U = A(x_1 - x_{10})^{b_1} \cdot (x_2 - x_{20})^{b_2}$$

3. Подставить данные задачи в функцию полезности – определить полезность в первом случае.
4. Подставить изменённые данные задачи (при новом значении x_1) в функцию полезности – определить полезность во втором случае.
5. Найти разницу между полезностями $U_2 - U_1 =$.

Задача 3.

1. Чтобы построить график кривой полезности x_1 необходимо записать логарифмическую функцию полезности и подставить имеющиеся данные. Получится зависимость U от x_1 .

2. Построить вспомогательную таблицу при различных значениях x_1 , по данным таблицы построить график.

x_1	U
1	2,943336
2	5,418095
3	6,647451
4	7,472318
5	8,093964
6	8,592988
7	9,009885
8	9,367906
9	9,681641
10	9,96085
11	10,21238
12	10,44124
13	10,65116
14	10,84506
15	11,0252

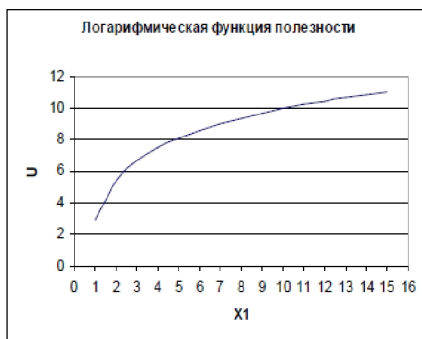


Рисунок 12 – Логарифмическая функция полезности.

Задача 4.

1. Чтобы построить график кривой полезности x_1 необходимо записать степенную функцию полезности и подставить имеющиеся данные. Получится зависимость U от x_1 .

2. Построить вспомогательную таблицу при различных значениях x_1 , по данным таблицы построить график.

x1	U
1	22,418142
2	30,657198
3	36,462714
4	41,13524
5	45,122812
6	48,64158
7	51,814823
8	54,720473
9	57,411384

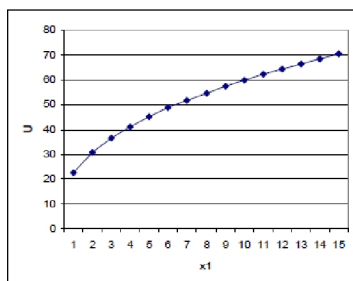


Рисунок 13 – Степенная функция полезности.

Задача 5.

1. Выразить переменную x_2 из логарифмической функции полезности.

$$x_2 = a_2 \sqrt{\frac{e^U}{a_1(x_1 - x_{10})}} + x_{20}.$$

2. Подставить данные задачи в уравнение.

3. Найти x_2 .

Задача 6.

1. Выразить переменную x_2 из степенной функции полезности.

$$x_2 = a_2 \sqrt{\frac{U}{a_1(x_1 - x_{10})}} + x_{20}.$$

2. Подставить данные задачи в уравнение

3. Найти x_2 .

Задача 7.

1. Подставить данные задачи в уравнение логарифмической функции полезности. Получили уравнение с двумя неизвестными x_1 и x_2 .

2. Написать уравнение $MRTS_{x_1x_2}$, его экономический смысл и из данных задачи определить значение.

3. Известно, что

$$MRTS_{x_1x_2} = \frac{MU_1}{MU_2},$$

найти выражения MU_1 и MU_2 для функции полезности и подставить в уравнение

$$MRTS_{x_1x_2} = \frac{MU_1}{MU_2}$$

вместе со значением $MRTS_{x_1x_2}$. Получили уравнение с двумя неизвестными x_1 и x_2 .

4. Из уравнения $MRTS_{x_1x_2}$ выразить одну переменную через другую и подставить в уравнение полезности. Получаем уравнение с одной переменной, из которого легко найти её значение. Значение найденной переменной подставляем в уравнение $MRTS_{x_1x_2}$. И находим значение другой переменной.

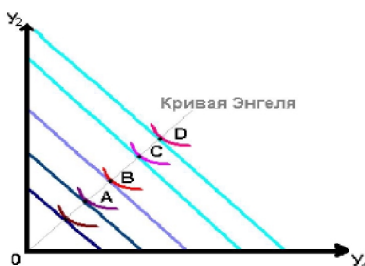


Рис. – Кривая Энгеля.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 11.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО ВЫБОРА

Цель работы: построение функций спроса на ресурсы и определение границ выпуска продукции для конкурентной модели рынка. Построение и анализ графиков функций дохода, издержек и прибыли.

Исходные данные к работе:

1. Потребитель из задачи 1 ЛР 10 имеет доход 300 рублей в месяц, цена мяса 50 рублей за кг, цена носков 20 рублей за пару. Решить задачу потребительского выбора графически и аналитически.

2. Потребитель из задачи 2 ЛР 10 имеет доход 600 рублей в месяц, цена мяса 100 рублей за кг, цена носков 30 рублей за пару. Решить задачу потребительского выбора графически и аналитически.

3. Цены в задаче 1 возросли: мяса на 10%, носков – на 20%. Государственный бюджет компенсирует потери потребителя в виде дотации, сумму которой требуется определить.

4. Цена на мясо снизилась со 100 рублей за кг до 90 рублей за кг, вследствие чего спрос на него возрос с 2 кг в месяц до 4 кг в месяц. Найти среднюю эластичность спроса по цене.

Порядок выполнения работы:

Задача 1.

1) записать условие задачи.

2) записать общий вид уравнения бюджетной линии

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I.$$

Подставить в него данные из условия.

3) для графического решения задачи на плоскости товаров с кривой безразличия для логарифмической функции из лабораторной работы 10 достраиваем бюджетную линию, для чего выражаем x_2 через x_1 при постоянном доходе. Для совмещения двух графиков меняем значения дохода в уравнении кривой безразличия до тех пор, пока не определится точка касания с бюджетной линией.

x_1	U1	U2	U3
0			
1	43,62005	8,833189	95,41381
2	23,17572	4,794804	50,54287
3	16,40585	3,457545	35,68443
4	12,92717	2,770398	28,04947
5	10,77868	2,346005	23,33399
6	9,307472	2,055396	20,10501
7	8,230824	1,842725	17,74199
8	7,405438	1,679686	15,93045
9	6,750551	1,550326	14,49311
10	6,217008	1,444934	13,32209

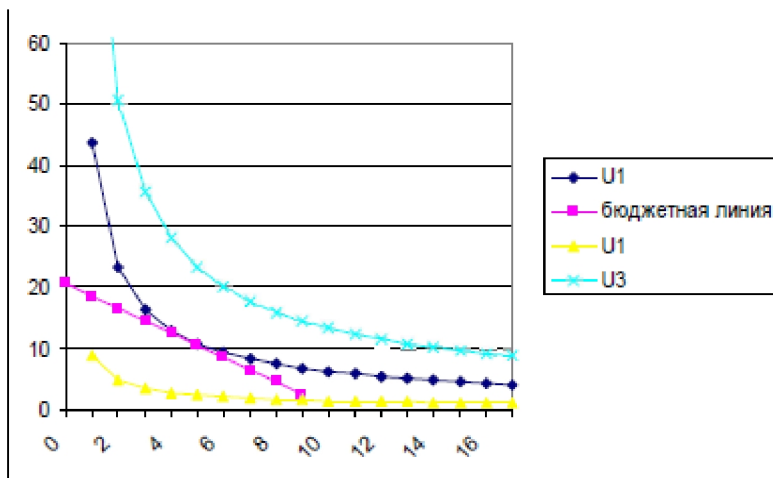


Рис. 14 – Графическое решение задачи потребительского выбора

5) аналитическое решение:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{MU_1(x_1^*)}{MU_2(x_2^*)}.$$

Задача 2.

Решается как задача 1, но для степенной функции полезности.

Задача 3.

$$\Delta I = \Delta p_1 \cdot x_1 + \Delta p_2 \cdot x_2$$

$$\Delta p_1 = 11,1\% \cdot p_1$$

$$\Delta p_2 = 16,65\% \cdot p_2$$

Задача 4.

Определить коэффициент эластичности спроса на товар по формуле

$$E_{x_i}^{p_i} = \frac{x_i^{**} - x_i^{*'}}{p_i^{*'} - p_i^{**}} \cdot \frac{p_i^{*'} + p_i^{**}}{x_i^{*'} + x_i^{**}}$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гераськин, Михаил Иванович.

Математическая экономика [Текст] : [учеб. по направлениям подгот. бакалавров "Экономика", "Менеджмент", "Бизнес-информатика"] / М. И. Гераськин ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Самара : Изд-во СГАУ, 2011. - 169 с. - ISBN 978-5-7883-0907-1

Параллельные издания:

1. Электронный аналог : Гераськин М. И. Математическая экономика : [учеб. по направлениям подгот. бакалавров "Экономика", "Менеджмент", "Бизнес-информатика"] / М. И. Гераськин. - Самара : Изд-во СГАУ, 2011. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM) (Шифр У/Г 371-099541)

2. Электронный аналог : Гераськин М. И. Математическая экономика : [учеб. по направлениям подгот. бакалавров "Экономика", "Менеджмент", "Бизнес-информатика"] / М. И. Гераськин. - Самара : Изд-во СГАУ, 2011 on-line (Шифр У/Г 371-788893)

Аннотация: Гриф.

Имеются экземпляры в отделах: _ всего 10

2. Гераськин, Михаил Иванович.

Математическая экономика (математическая теория

потребительского рынка и рыночного равновесия) [Электронный ресурс] : интерактив. мультимед. пособие : система дистанц. обучения "Moodle" / М. И. Гераськин, В. А. Воскобулова ; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. акад. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые и граф. дан. - Самара : [б. и.], 2011. - on-line. - Загл. с домашней страницы Интернета. - 0.00

Параллельные издания: Электронный аналог : Гераськин М. И. Математическая экономика (математическая теория потребительского рынка и рыночного равновесия) : интерактив. мультимед. пособие : система дистанц. обучения "Moodle" / М. И. Гераськин, В. А. Воскобулова. - Самара, 2011. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM) (Шифр У/Г 371-602279)

3. Абель, Эндрю.

Макроэкономика [Текст] : [учеб. по прогр. "Мастер делового администрирования"] / Эндрю Абель, Бен Бернаке ; [пер. с англ. Н. Габенова, А. Смольского ; науч. ред. Л. Симкина]. - 5-е изд. - СПб. [и др.] : Питер, 2012. - 762 с. - (М В А). - ISBN 978-5-459-01020-6. - ISBN 0-321-16212-9

Аннотация: Гриф.

Имеются экземпляры в отделах: _ всего 1

4. Экономико-математические методы и модели [Текст] : [учеб. пособие по специальностям "Финансы и кредит", "Бухгалт. учет, анализ и аудит", "Мировая экономика"] / [Р. И. Горбунова [и др.] ;

под ред. С. И. Макарова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : КНОРУС, 2009. - 240 с. - ISBN 978-5-390-00451-7

ГРНТИ 06.35.51

ББК У.вбя7

Аннотация: Гриф.

Имеются экземпляры в отделах: _всего 16

5. Носова, Светлана Сергеевна.

Экономическая теория [Текст] : [учеб. для вузов по экон. специальностям] / С. С. Носова. - Изд. 3-е, стер. - М. : КНОРУС, 2010. - 792 с. - ISBN 978-5-406-00317-6

ГРНТИ 06.04

ББК У010я7 + У.вя7

Аннотация: Гриф.

Имеются экземпляры в отделах: _всего 1

6. Ковалев, Сергей Викторович.

Экономическая математика [Текст] : [учеб. пособие для вузов по направлению 220700 "Орг. и упр. наукоемкими пр-вами", специальности 220701 "Менеджмент высоких технологий", а также для инженер.-экон. специальностей] / С. В. Ковалев. - М. : КНОРУС, 2010. - 248 с. - ISBN 978-5-406-00462-3

УДК 51(075)

ББК У.вбя7

Аннотация: Гриф.

Имеются экземпляры в отделах: _всего 1